

ELE 273 – ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ İÇİN OLASILIK TEORİSİ
2. Matlab Ödevi (Multi Antenna Diversity in Rayleigh Fading)
Teslim Tarihi: 5 Aralık Pazar, saat 18:00

GİRİŞ: Kablosuz haberleşmede zengin saçılımı sönümlü (fading) bir kanalda gönderilen tabanbant bir sinyal, karmaşık bir sayıyla çarpılarak alıcıya gelir. Bu çarpan sayının gerçel ve karmaşık kısımları Gauss dağılımlıdır. Sayı rastgele olduğu için bazen düşük de olabilir ve bu durumda alıcıya gelen sinyal zayıflar.

Bu duruma çözüm olarak alıcıda **çeşitleme (diversity)** kullanılır. Örneğin alıcıda çoklu anten kullanıldığında, her antenin kanal kazancı rastgele ve farklı olur. Antenler arasında yeterli mesafe (ör. Yarım dalga boyu ¹) olursa anten kazançları neredeyse bağımsız olur. Bu durumda herhangi bir anda antenlerin en az birinin kanal kazancının yüksek olma ihtimali artar.

Soru 1) Rayleigh sönümlenmesi:

- [5 puan] X ve Y rastgele değişkenleri 0 ortalamalı ve 1 standart sapmalı birer bağımsız Gauss rastgele değişkenidir. Bu değişkenlerden 10000'er adet, randn komutu ile üretiniz.
- [10 puan] Rayleigh sönümlü kanalda iletilen tabanbant sinyal $H = \frac{X}{\sqrt{2}} + j \frac{Y}{\sqrt{2}}$ karmaşık sayısı ile çarpılır. H 'yi X ve Y 'yi kullanarak üretiniz
 (<https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/complex.html>). $|H| = \frac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\sqrt{2}}$ 'yi üretiniz.
 $G = |H|^2 = \frac{X^2+Y^2}{2}$ 'yi üretiniz.
- [10 puan] Simülasyon: Aynı grafik ekranı üzerinde subplot komutu kullanarak X , Y , $|H|$ ve G 'nin histogramını çizdirin.
- [25 puan] Analitik: Aşağıdaki dağılımları ve değerleri teorik olarak ve simülasyonla bulunuz. Teorik değerleri nasıl hesapladığınızı raporda gösteriniz. Aşağıdaki tabloyu da sonuçlarla doldurunuz.

$ H = \left \frac{X}{\sqrt{2}} + j \frac{Y}{\sqrt{2}} \right $	Dağılımı nedir? (İpucu: Bilinen dağılımlardan biridir)	
$G = H ^2$	Dağılımı nedir? (İpucu: Bilinen dağılımlardan biridir)	
	Teorik	Simülasyon
$E[H]$		
$Var[H]$		
$E[G]$		
$Var[G]$		
$P[G < 1]$		

Soru 2) Çoklu anten çeşitlemesi: Tek antenli bir kullanıcının $N_{BS} = 4$ antenli bir baz istasyonuna iletim yaptığı durumu ele alacağız. Her alıcı anten için sönüm katsayıları $H_i = \frac{X_i}{\sqrt{2}} + j \frac{Y_i}{\sqrt{2}}$, $i = 1, 2, 3, 4$, mutlak değerleri $|H_i|$ ve kanal kazançları $G_i = |H_i|^2$ 'dir. H_i değerleri $i=1, 2, 3, 4$ için birbirinden bağımsızdır. Yani antenler birbirinden yeteri kadar ayrık konumlanmıştır.

¹ Örneğin 3 GHz frekans bandında, dalga boyu $c/f = 10$ cm'dir. Antenlerin 5 cm aralıklı olmaları bağımsız olmalarını sağlar.

Baz istasyonunda 3 türlü çeşitleme uygulanmaktadır.

- Selection Diversity: 4 anten arasından $\max_{i=1,2,3,4} \{|H_i|\}$ kriterini sağlayan (yani en iyi anten seçilir) ve o antene gelen sinyal üzerinden çözümleme yapılır. Yani efektif kanal kazancı aşağıdaki gibidir

$$G_{ef}^{AS} = \max_{i=1,2,3,4} \{G_i\}$$

- Equal Gain Combining: 4 antene gelen sinyaller fazları düzeltilerek birleştirilir. Yani efektif kanal kazancı aşağıdaki gibidir.

$$G_{ef}^{EGC} = \left(\sum_{i=1}^4 |H_i| \right)^2$$

- Maximum Ratio Combining: 4 antene gelen sinyaller optimum şekilde birleştirilir, i antenine gelen sinyal H_i^* ile çarpılır. Yani efektif kanal kazancı aşağıdaki gibidir

$$G_{ef}^{MRC} = \sum_{i=1}^4 G_i = \sum_{i=1}^4 |H_i|^2$$

- a) **[10 puan] Simülasyon**: $G_{ef}^{AS}, G_{ef}^{EGC}, G_{ef}^{MRC}$ serilerinin empirik kümülatif dağılım fonksiyonlarını hold ve cdfplot komutlarını kullanarak aynı grafik üzerine çizdiriniz.
- b) **[30 puan] Analitik**: $G_{ef}^{AS}, G_{ef}^{EGC}, G_{ef}^{MRC}$ rastgele değişkenleri için aşağıdaki kesinti olasılıklarını bulunuz ve sayısal değerleri tabloya yazınız. Nasıl bulduğunuzu matematiksel olarak açıklayınız. Teorik ve simülasyon değerleri benzer midir? Hangi yöntem daha iyidir?

	Teorik	Simülasyon
$P[G_{ef}^{AS} < 1],$		
$P[G_{ef}^{EGC} < 1],$	(Not: Bunun için Internet'ten yaklaşık ifadeler bulunabilir)	
$P[G_{ef}^{MRC} < 1]$		

- c) [10 puan] Yukarıdaki deneyi anten sayısı $N_{BS} = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ için tekrarlayıp üç yöntem için de [Kesinti olasılığı vs. anten sayısı] grafiğini çizdiriniz (hold komutu ile aynı ekrana). Bu üç yöntemden hangisi daha iyidir?

Teslim edilecekler

1. Hesaplamaların, grafiklerin ve açıklamaların olduğu rapor (MS Word veya pdf).
2. AdSoyadMatlabProje2.m şeklinde kaydettiğiniz Matlab kodu. Kodu çalıştırdığımda grafikler çıkmalı.
3. Bu iki dosya tek bir zip dosyası olarak uzak.etu.edu.tr'den teslim edilmelidir.
4. Raporlar Turnitin yazılımından geçirilecektir.
5. Not: Teorik kısımları yapmak için gerekirse Internet'ten araştırma yapabilirsiniz. Bu durumda bu siteleri lütfen referans olarak belirtin.