

**ELE 273 – ELEKTRİK MÜHENDİSLERİ İÇİN OLASILIK TEORİSİ****1. Matlab Ödevi (Ayrık Rastgele Değişkenler)****Teslim Tarihi: 26 Ekim Salı, saat 18:00**

Bu ödevde Matlab programı kullanarak basit bir çoklu-kullanıcıli haberleşme sisteminin simülasyonu yapılacaktır.

Sistem modeli:

1. N adet kullanıcı bir baz istasyonuna paket iletimi yapmaktadır.
2. Zaman eksenini "zaman dilimleri"ne ayrılmıştır.
3. Her zaman diliminde her kullanıcı  $\lambda$  olasılıkla paket üretmektedir. Kullanıcılar ve zaman dilimleri birbirinden bağımsızdır.
4. Bir zaman diliminde paket üreten bir kullanıcı  $p$  olasılıkla bu paketi iletmektedir. Kullanıcılar ve zaman dilimleri yine bağımsızdır.
5. Eğer aynı anda birden fazla kullanıcı iletim yaparsa paketler çarpışır ve bütün iletimler başarısız olur.
6. Eğer bir zaman diliminde sadece tek kullanıcı iletim yaparsa o kullanıcının iletimi başarılı olur.
7. İletilmeyen veya iletimi başarısız olan paketler tekrar iletmeye teşebbüs edilmez, çöpe gider.

**Yapılacaklar:**

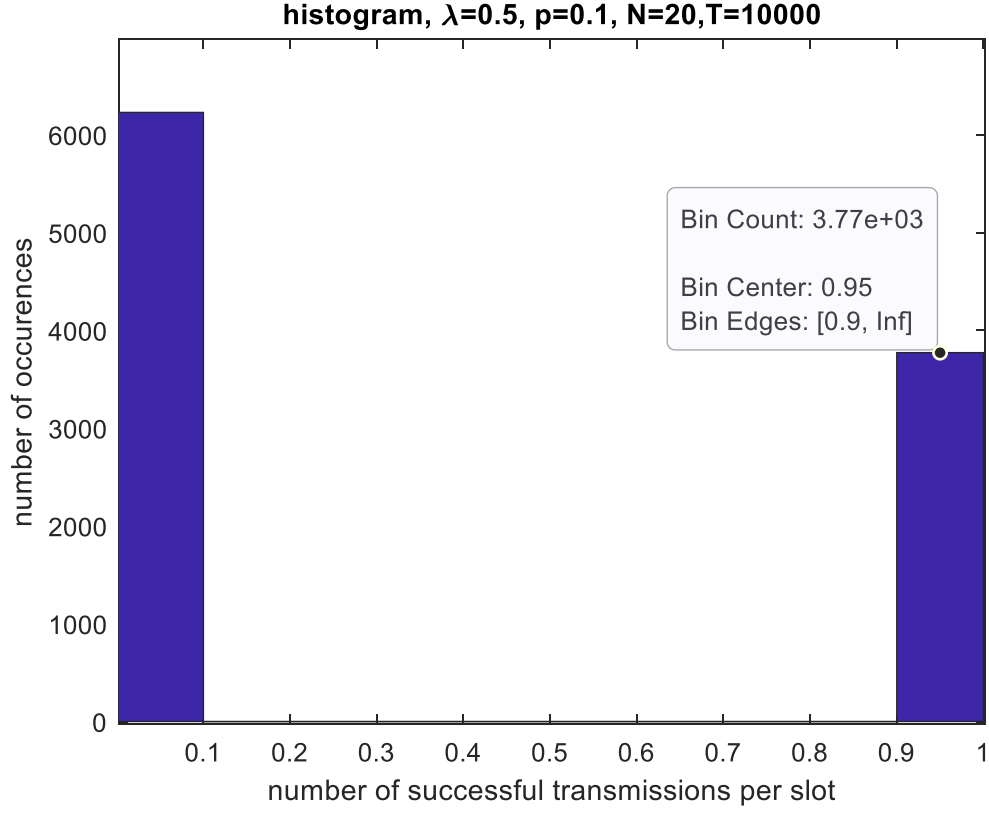
1. Bir zaman diliminde başarılı olarak iletilen paket sayısının dağılımını nedir? Olasılık ağırlık fonksiyonunu  $N, \lambda, p$  cinsinden matematiksel olarak ifade ediniz.
2. T zaman diliminde başarılı olarak iletilen paket sayısının dağılımını nedir? Olasılık ağırlık fonksiyonunu  $T, N, \lambda, p$  cinsinden matematiksel olarak ifade ediniz. Beklenen değerini  $T, N, \lambda, p$  cinsinden yazınız.
3.  $T = 10000, N = 20, \lambda = 0.5, p = 0.1$  için yukarıdaki sistemin simülasyonunu yapınız. Zaman dilimlerinde başarılı iletilen paket sayısının (10000'lik bir seridir) histogramını çizin. 1. Maddedeki teorik sonuçla tutuyor mu?
4.  $T = 100, N = 20, \lambda = 0.5, p = 0.1$  için yukarıdaki sistemin simülasyonunu 1000 defa tekrarlayarak yapınız. Her bir tekrardaki (100 zaman dilimindeki) başarılı paket iletim sayısını kaydedip (1000'lik serinin) histogramını çizdiriniz. 2. Maddedeki sonuca benzer mi?
5. Verilen herhangi bir  $T, N, \lambda \leq 1$ , için iletilen paket sayısının beklenen değerini maksimum yapan  $p$  değerini teorik olarak bulunuz. Simulasyonlarla da bu değerini optimal olduğunu örnek bir  $T, N, \lambda \leq 1$  değeri için gösteriniz.

**Teslim edilecekler**

1. Hesaplamaların (Madde 1,2,5), grafiklerin (iki histogram ve bir grafik) ve açıklamaların olduğu rapor (MS Word veya pdf).
2. AdSoyadMatlabProje1.m şeklinde kaydettiğiniz Matlab kodu. Kodu çalıştırdığınızda grafikler çıkmalı.
3. Bu iki dosya tek bir zip dosyası olarak uzak.etu.edu.tr'den teslim edilmelidir.
4. Raporlar Turnitin yazılımından geçirilecektir.

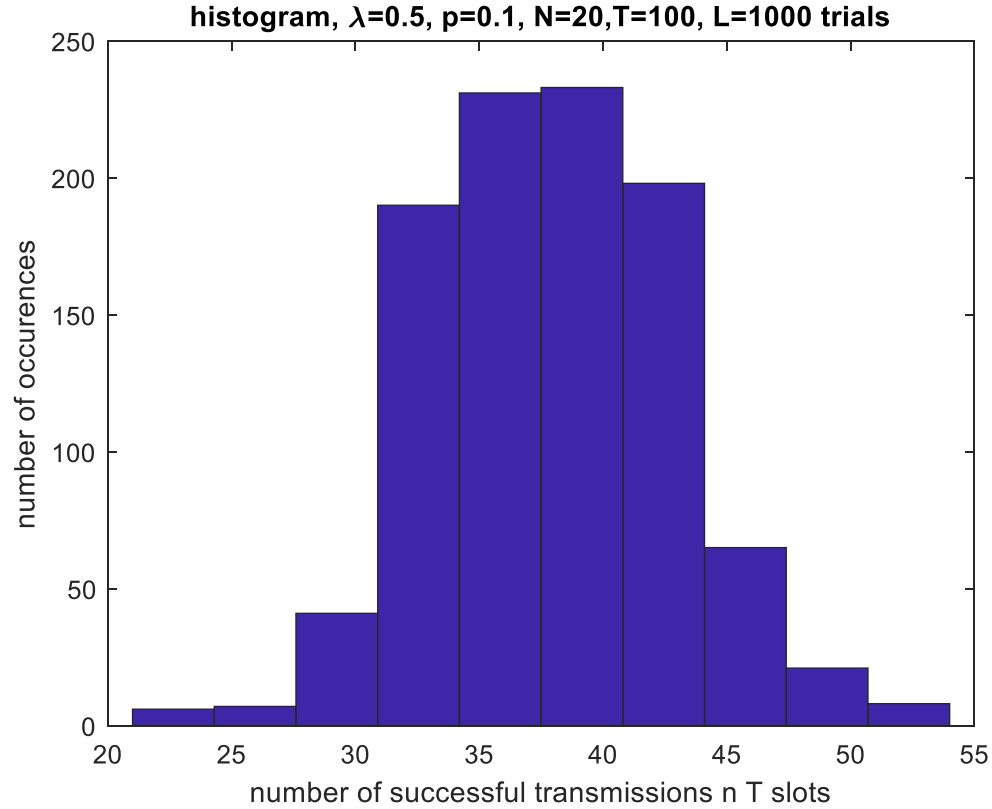
**Çözüm:**

1.  $q = N(1 - \lambda p)^{N-1} \lambda p$
2.  $P_R(r) = \binom{T}{r} q^r (1 - q)^{T-r}$ ,  $E[R] = Tq = TN(1 - \lambda p)^{N-1} \lambda p$
3. Denklemi buraya yazın.



**Deney sonucunda olasılık 0.379 çıktı, teorik hesaplama  $q = N(1 - \lambda p)^{N-1} \lambda p = 0.378$  çıkmıştır ve çok yakındır.**

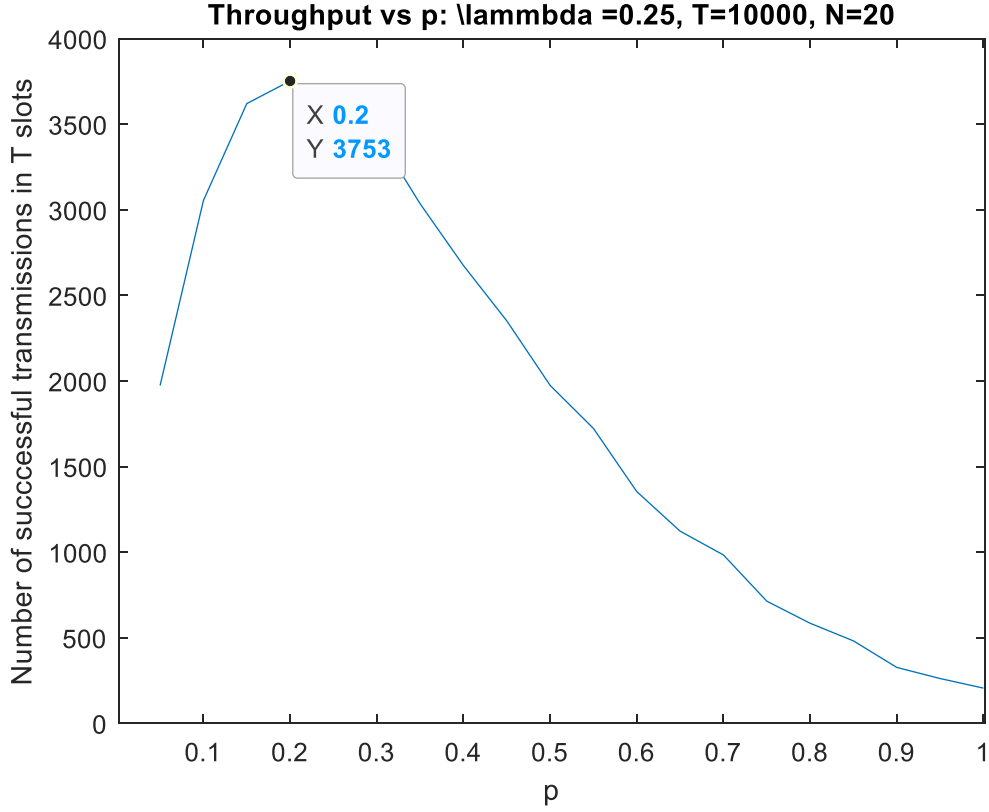
4. T zaman diliminde toplam başarı sayısının ortalaması 37.9, teorik hesaplama sonucu 37.7 çıkmıştır. Çok yakındır. Binom dağılımıdır.



5.  $\arg \max_p \{TN(1 - \lambda p)^{N-1} \lambda p\}$ , türev alınıp sıfıra eşitlenerek  $p^* = \frac{1}{\lambda N}$  bulunur.

$T = 10000, N = 20, \lambda = 0.25$  için teorik optimal  $p$  değeri 0.2'dir.

Aşağıdaki simülasyon sonuçlarında gerçekten de bu değerin optimal olduğu görülmüştür.



**Matlab kodu:**

```
clc
clear all
close all

%% Soru 3
N=20;
lambda=0.5;
pp=0.1;
p=pp*ones(N,1);
T=10000;
transmitting=zeros(N,T);
arrivals=zeros(N,T);
successful=zeros(N,T);
failed=zeros(N,1);
for t=1:T
    arrivals(:,t)=rand(N,1)<lambda;
```

```

transmitting(:,t)=(rand(N,1)<p).*arrivals(:,t);
    if sum(transmitting(:,t))==1
        ss=find(transmitting(:,t));
        successful(ss,t)=1;
    elseif sum(transmitting(:,t))>1
        ss=find(transmitting(:,t));
        for i=1:numel(ss)
            failed(ss(i),t)=1;
        end
    end
end
end
N*(1-lambda*pp)^(N-1)*lambda*pp
figure
hist(sum(successful))
title('histogram, \lambda=0.5, p=0.1,
N=20,T=10000')
xlabel('number of successful transmissions per
slot')
ylabel('number of occurrences')

%% Soru 4
pp=0.1;
p=pp*ones(N,1);
T=100;
L=1000;
throughputs=zeros(1,L);
for trial=1:L
    transmitting=zeros(N,T);
    arrivals=zeros(N,T);
    successful=zeros(N,T);
    failed=zeros(N,1);
    for t=1:T
        arrivals(:,t)=rand(N,1)<lambda;

transmitting(:,t)=(rand(N,1)<p).*arrivals(:,t);
        if sum(transmitting(:,t))==1
            ss=find(transmitting(:,t));
            successful(ss,t)=1;
        elseif sum(transmitting(:,t))>1
            ss=find(transmitting(:,t));

```

```

        for i=1:numel(ss)
            failed(ss(i),t)=1;
        end
    end
end
throughputs(trial)=sum(sum(successful));
end
T*N*(1-lambda*pp)^(N-1)*lambda*pp
mean(throughputs)
figure
hist(throughputs)
title('histogram, \lambda=0.5, p=0.1, N=20, T=100,
L=1000 trials')
xlabel('number of successful transmissions n T
slots')
ylabel('number of occurences')

%% Soru 5
N=20;
lambda=0.25;
T=10000;
throughputs=[];
for pp=0.05:0.05:1
    p=pp*ones(N,1);
    transmitting=zeros(N,T);
    arrivals=zeros(N,T);
    successful=zeros(N,T);
    failed=zeros(N,1);
    for t=1:T
        arrivals(:,t)=rand(N,1)<lambda;

transmitting(:,t)=(rand(N,1)<p).*arrivals(:,t);
        if sum(transmitting(:,t))==1
            ss=find(transmitting(:,t));
            successful(ss,t)=1;
        elseif sum(transmitting(:,t))>1
            ss=find(transmitting(:,t));
            for i=1:numel(ss)
                failed(ss(i),t)=1;
            end
        end
    end
end

```

```
        end
        throughputs=[throughputs,sum(sum(successful)) ]
    end
    figure
    plot(0.05:0.05:1, throughputs)
    title('Throughput vs p: \lammbda =0.25, T=10000, N=20')
    xlabel('p')
    ylabel('Number of succcessful transmissions in T slots')
```